2023年度入試　数学問題

2023年1月24日実施

解答上の注意

１．解答は，すべて解答用紙に記入してください．

２．空欄 $\boxed{}$ に適する解答を解答用紙に書いてください．なお解答は，正の値，１桁の整数とは限りません．

３．解答欄に分数の形で答えるときは，約分がそれ以上できない形で答えるようにしてください．

４．解答欄に根号を含む形で答えるときは，根号のなかの自然数が最小になるようにしてください．

５．乱雑な文字・数字での減点はしないが，採点者が判読できないものは採点しません．

問題１　つぎの問題に答えてください.

（１） $2x^2 + 4xy + 2y^2 - 3x - 3y - 27$を因数分解したとき，以下のアからオの空欄に適当な解答を書いてください.

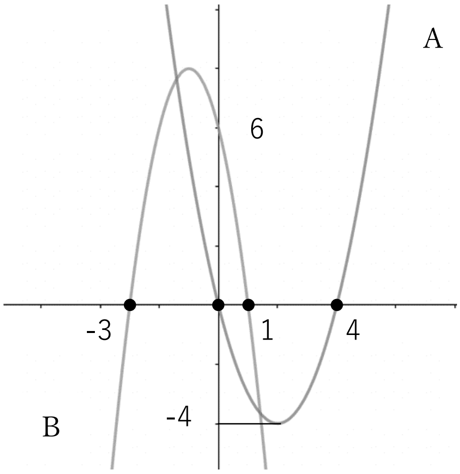
$$(2x + \boxed{\text{ア}}\, y + \boxed{\text{イ}})(\boxed{\text{ウ}}\, x + \boxed{\text{エ}}\, y + \boxed{\text{オ}})$$

（２）$(x + y)^5$を展開したとき，以下のカからサの空欄に適当な解答を書いてください.

$$\boxed{\text{カ}}\, x^5 + \boxed{\text{キ}}\, x^4 y + \boxed{\text{ク}}\, x^3 y^2 + \boxed{\text{ケ}}\, x^2 y^3 + \boxed{\text{コ}}\, x y^4 + \boxed{\text{サ}}\, y^5$$

問題２　つぎの問題に答えてください.

以下の図のような２つのグラフがある．放物線 A は，x 軸において０，４に交点をもつ．また放物線 B は，x 軸においてー３，１に交点をもち，さらに y 軸において６に交点をもつ.



（１）放物線 A と放物線 B の２次関数の式で表現すると，それぞれ以下のようになる．アからカの空欄に適当な解答を書いてください.

放物線 A：　$y = \boxed{ア}\, x^2 + \boxed{イ}\, x + \boxed{ウ}$

放物線 B：　$y = \boxed{エ}\, x^2 + \boxed{オ}\, x + \boxed{カ}$

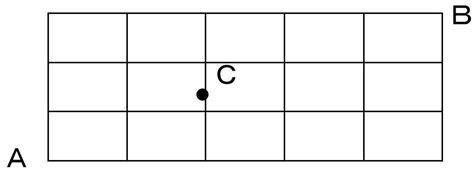
（２）放物線 A と直線 $y = 2x - 5$ は，（１，$\boxed{キ}$），（$\boxed{ク}$，$\boxed{ケ}$）において交わる．キからケの空欄に適当な解答を書いてください.

（３）放物線 A と直線 $y = 2x - 5$ とで囲まれた図形の面積を求めたい．コからサの空欄に適当な解答を書いてください.

$$\text{放物線 A と直線とで囲まれた図形の面積} = \frac{\boxed{サ}}{\boxed{コ}}$$

問題３　つぎの問題に答えてください.

（１）A から B までに行くときの最短経路を求めたい．以下の A さんと S さんの会話を参考に，最短経路を求めてください．アからウの空欄に適当な解答を書いてください.



A さん：A から B までの最短経路を考えたいけど，よく分からないな.
S さん：A から B にたどり着くには，縦に. ［ア］つ，横に ［イ］つ移動する．この縦・横の８つ組み合わせを考えると良いね．言い換えると，縦・縦・縦・横・横・横・横・横 の同じ文字を含む順列を考えることになるね.
A さん：A から B までの最短経路は，［ウ］ 通りですね.

（２）点 C を必ず通って，最短距離で A から B に行く道順は ［エ］ 通りある．エの空欄に適当な解答を書いてください.

問題４　つぎの問題に答えてください．

辺 AB の長さは 4cm，辺 BC の長さは 5cm，辺 AC の長さは 6cm とする△ABC がある．以下は，A さんと S さんが，△ABC の内接円の面積，外接円の面積の求め方を話し合っている様子です．

A さん：内接円や外接円の面積を求めるには，△ABC をより詳しく知る必要があるね．

S さん：△ABC は，３辺の長さが分かっているから $\cos A$ の値を求めてみましょう．そのために利用するのは $\boxed{\text{ア}}$ だね．この定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ を変形すると，$\cos A$ が求められるよ．

A さん：計算すると，$\cos A = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ だったよ．

S さん：つぎに，$\cos A$ を利用して，$\sin A$ を求めてみましょう．
三角関数の公式の１つに，$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ があったね．この式に代入して考えてみよう．

A さん：計算すると，$\sin A = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$

S さん：これで，△ABC の面積が求められるようになったね．面積の公式は，$S = \dfrac{1}{2}\,b\,c\,\sin A$ を利用してみよう．

A さん：面積は，$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ でした．

S さん：内接円の面積を求めるために，まずは内接円の半径を求めるよ．内接円の半径を求める公式は，面積の公式を変形して利用しよう．$s = \dfrac{1}{2}（a + b + c）\times r$ だよ．

A さん：内接円の半径 $r = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ だったよ．

S さん：これで内接円の面積が求められるね．内接円の面積は，$r \times r \times \pi$ で求められるね．

A さん：内接円の面積 $s = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ だと分かったよ．

S さん：つぎは外接円の半径 R を求めるよ．$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin b} = \dfrac{c}{\sin c} = 2R$ の公式を利用しよう．

A さん：外接円の半径 R は，$\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ でした．

S さん：これで外接円の面積が求められるよ．

A さん：外接円の面積は，$\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ でした．

（１）アの空欄に適当な番号を解答欄に書いてください．

１．余弦定理　　２．正弦定理　　３．三平方の定理　　４．余剰定理

（２）イからソの空欄に適当な解答を書いてください．

問題５　つぎの問題を解いてください.

二次方程式　$x^2\ -3x\ +4=0$ には，α，β の２つの解がある．このとき①，②を求めたい．

①　$\alpha^2\ +\ \beta^2$ の値はいくつになるか．

②　$\alpha^3\ +\ \beta^3$ の値はいくつになるか．

上記の問題を解くために，A さんと S さんが話し合っている様子です．

A さん：「解と係数の関係」を利用して考えるのはどうだろう．

S さん：解と係数の関係は，二次方程式 $ax^2\ +bx+c=0$（$a\neq0$）の２つの解を α と β とすると，２次方程式の解と係数の関係では，以下の関係になるね．（ ※ ア，イの空欄は a，b を利用した文字式 ）

$$\begin{cases} \alpha+\beta=[\boxed{\text{ア}}] \\ \alpha\times\beta=[\boxed{\text{イ}}] \end{cases}$$

これを使えば，α と β が求まるね．

A さん：解と係数の関係を利用したら，$\alpha+\beta=[\boxed{\text{ウ}}]$，$\alpha\times\beta=[\boxed{\text{エ}}]$ になりました．（ ※ ウ，エの空欄は数値 ）

S さん：①の解を考えるよ．$\alpha^2+\beta^2$ を求めるために $(\alpha+\beta)^2$ の展開しましょう．

A さん：$(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2+\beta^2+2\alpha\times\beta$ ですね．

S さん：この式を変形すると，$\alpha^2+\beta^2$ の式が分かりますね．その式に，$[\boxed{\text{ウ}}]$ と $[\boxed{\text{エ}}]$ を代入しましょう．

A さん：①の値は，$\boxed{\text{オ}}$ になります．

S さん：同じ方法で②を解くこともできるね．

A さん：②の値は，$\boxed{\text{カ}}$ でした．

（１）アからカの空欄に適当な解答を書いてください．

問題 6　つぎの問題を解いてください.

以下のように 8 個の値があります．つぎの問題に答えてください.

10	12	10	12	6	7	10	9

（1）分散を求めて、アの空欄に適当な解答を書いてください.

（2）標準偏差を求めて、イの空欄に適当な解答を書いてください.

分散　＝ $\boxed{\text{ア}}$

標準偏差　＝ $\boxed{\text{イ}}$