2021年度　数学解答

2021年1月21日実施

$\boxed{1}$

（1）

与式$=(2a)^2+(-3b)^2+1^2+2\cdot 2a\cdot(-3b)$

$+2\cdot(-3b)\cdot 1+2\cdot 1\cdot 2a$

$=4a^2+9b^2+1-12ab-6b+4a$

$=4a^2+9b^2-12ab+4a-6b+1$

（2）

与式$=(2x+y)(3x-5y)$

$\boxed{2}$

（1）

$y=(x-1)^2+1-1$

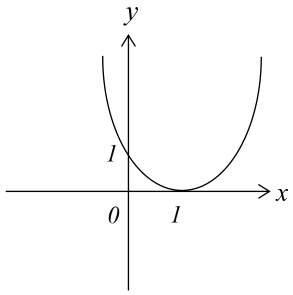
$=(x-1)^2$

よって

軸の方程式　$x=1$

頂点の座標　$(1,0)$

$x=1$ のとき最小値 0



（2）

グラフが x 軸と$(1,0)$，$(-2,0)$で交わるから

$y=a(x-1)(x+2)$とおける

点$(0,-4)$を通るから

$-4=a(-1)\cdot 2$

$a=2$ より

$y=2(x-1)(x+2)$

すなわち　$y=2x^2+2x-4$

$\boxed{3}$

10個の値を $x_1,x_2\cdots x_{10}$ とする

$x_1,x_2\cdots x_6$ の平均値が3より　$\frac{1}{6}(x_1+x_2+\cdots+x_6)=3$

$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_6=18$

x_7,x_8,x_9,x_{10} の平均値が8より　$\frac{1}{4}(x_7+x_8+\cdots+x_{10})=8$

$\therefore x_7+x_8+\cdots+x_{10}=32$

よって求める平均値は

$\frac{1}{10}\{(x_1+x_2+\cdots+x_6)+(x_7+x_8+\cdots+x_{10})\}$

$=\frac{1}{10}(18+32)=5$

$\frac{1}{6}(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_6^2)-3^2=9$ より

$x_1^2+x_2^2+\cdots+x_6^2=108$

$\frac{1}{4}(x_7^2+x_8^2+\cdots+x_{10}^2)-8^2=14$

$x_7^2+x_8^2+\cdots+x_{10}^2=312$

よって求める分数は

$\frac{1}{10}\{(x_1^2+\cdots+x_6^2)+(x_7^2+\cdots+x_{10}^2)\}-5^2$

$=\frac{1}{10}(108+312)-25=42-25=17$

4

（1）

$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$ より

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$

$\sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{8}$

（2）

$(\sin\theta-\cos\theta)^2=\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$=1-2\sin\theta\cos\theta$

$=1-2\times\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{7}{4}$

$0°\leqq\theta\leqq180°$ より $\sin\theta>0$，　$\cos\theta<0$

よって　$\sin\theta-\cos\theta>0$ のため

$\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{\frac{7}{4}}=\frac{\sqrt{7}}{2}$

5

（1）

真数条件より $x>0$，$x^3>0$ つまり $x>0$・・・①

$(\log_5 x)^2-\log_5 x^3+2=0$

$(\log_5 x)^2-3\log_5 x+2=0$

$\log_5 x=t$ とすると $t^2-3t+2=0$

$\therefore t=1,\ 2$

$t=1$ のとき　$\log_5 x=1$ より $x=5$

$t=2$ のとき　$\log_5 x=2$ より $x=5^2=25$

①より $x=5,\ 25$

（2）

真数条件より $9x>0$ つまり $x>0$

底の条件より $0<x<1, 1<x$ よって $0<x<1, 1<x$・・・①

$\log_3 9x-6\log_x 9=3$

$\log_3 9+\log_3 x-6\times\frac{\log_3 9}{\log_3 x}=3$

$2\log_3 x+(\log_3 x)^2-12=3\log_3 x$

$\log_3 x=t$ とすると　$t=-3$ のとき $\log_3 x=-3$ より

$t^2-t-12=0$

$\therefore t=-3,4$

$t=-3$ のとき　$\log_3 x=-3$ より　$x=\frac{1}{27}$

$t=4$ のとき　$\log_3 x=4$ より　$x=81$

①より $x=\frac{1}{27},\ 81$

6

$f'(x)=3x^2+2kx+(-k^2+12)$・・・①

$x=1$ で極小値をもつことから $f'(1)=0$

よって $f'(1)=k^2-2k-15=0$

$(k+3)(k-5)=0$　$\therefore K=-3,5$

$k=-3$ のとき

$f'(x)=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geqq0$

$f(x)$ は単調増加で極値なし

$k=5$ のとき

$f'(x)=3x^2+10x-13=(3x+13)(x-1)$

$f'(x)=0$ のとき　$x=-\frac{13}{3}$，1

$f(x)$ 増減表

x	$\cdots$	$-\frac{13}{3}$	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

よって $x=1$ で

極小値をもつので

$k=5$

7

$y=\log_2\left(\frac{x}{2}+3\right)$

$=\log_2\frac{x+6}{2}$

$=\log_2(x+6)-\log_2 2$

$=\log_2(x+6)-1$

よって

$y=\log_2 x$ のグラフを

x 軸方向に -6，y 軸方向に -1

平行移動したグラフである