芦屋大学論叢　第76号
（令和4年3月24日）抜刷

現場力モデルへのベイズ推定の適用

—サンプル数が少ないモデルに対するベイズ推定の方法論—

王　地　裕　介

現場力モデルへのベイズ推定の適用

－サンプル数が少ないモデルに対するベイズ推定の方法論－

王　地　裕　介
芦屋大学経営教育学部非常勤講師
兵庫県立大学大学院経営学研究科博士後期課程

1．はじめに

近年、企業における現場力の真価が問われている。特にコロナ禍という状況によって、仕事の在り方は大きな転換点を迎えている。例えば、これまで対面で行われた業務のリモート化が進み、大多数の従業員が従来通り１つの勤務場所に集まり、顔を合わせて業務に励む機会は減少した。これは知力経営の観点から見て、SECI モデルの１つのステージである「共同化」（組織のメンバーで体験や場を共有することによって起こる）が困難となることを意味する。従って現場力の源泉である企業現場力の維持向上に負の影響を及ぼす可能性があり、現場力の維持向上プロセスをいかに創出するかは大きな課題に直面しているといえる。

筆者はこれまで、現場力とは現場による自己の組織や製品サービスを改善する力であると捉え、現場力に対して影響を及ぼす因子の特定と、現場力向上のモデル構築を目指した調査と研究を行ってきた。具体的には、山間部地域に位置する中小企業を主な研究対象とし、従業員へのアンケート調査や企業経営者への半構造化インタビューを実施した。そこで得たデータに対して、主成分分析や回帰分析、共分散構造分析といった量的研究手法を使用することで、企業経営者による現場力の自己採点を目的変数とした現場力につながる要因の重回帰式とモデリングの作成へと至ったのである（王地、2022 a、2022 b）。しかし、その際に見出した課題として、使用したデータのサンプル数が少ない（従業員のアンケートデータ 25 人分、経営者へのインタビューデータ３件分）ため、従来の総計手法により作成した回帰式やモデリングが十分な説明力を持っているのか判断が難しい点が挙げられていた。

そこで本論文では、ベイズ統計学による推定に着目した。ベイズ統計学の特徴は、「逆確率」を取り扱うことにある。「逆確率」とは、ある「結果」からその「原因」を導き出すことを意図するものであり、これはある原因によって生み出される結果を探る従来の統計学（ネイマン＝ピアソン理論）と一線を画している。つまり、得られたデータによって、背後にある原因やモデルを推測することが可能となる。特に、第２節で概説する「マルコフ連鎖モンテカルロ法（Markov Chain Monte Carlo；以下 MCMC）」というシミレーション・データを発生させる推定方法によって推定値を算出し、サンプル数が少ないモデルの説明力の強化を図る方法の提示を目的としている。

本論文の流れとしては、以下のとおりである。まず第２節では、ベイズ統計学の基礎として、ベイズ理論の概要について整理する。本来、ベイズ統計学の詳細を理解するためには複雑な確率理論と数学が必要であるが、本論文ではベイズ統計学の理論的側面の研究を意図しているものではないために、なるべく簡略な概説に終始する。次に、MCMC による推定で必要な概念について記述する。続く第３節にて、今回ベイズ推定を適用する経営者の自己採点モデルに関して、その調査の説明と、作成した重回帰式とモデリングを提示する。そして第４節では、それに対してシミュレーション・データを発生させるベイズ推定を適用することで、ベイズ推定値と実測値から算出した最尤法による推定値データの比較を行う。最後に第５節で本論文のまとめと、更に今後の課題について記述する。

2．ベイズ統計の基礎

2.1 ベイズ理論の概要とベイズ更新

まずはベイズの定理の算出を試みる。ある事象に対して得られた結果をA、その原因を $R_1,R_2,\ldots R_i,\ldots R_n$ と仮定した際における原因の推定とは、条件付き確率 $P(R_i|A)$を求めることである[1)]。また、R が起こりかつA が起こる確率を $P(RA)$（$=P(AR)$[2)] とすると、

$$P(R|A) = \frac{P(RA)}{P(A)} \tag{2.1}$$

と表現される。これは換言すれば、A が得られたという限定した範囲で R が起こる確率である。更に式(2.1)の両辺 A,R を入れ替えることで出来る

$$P(A|R) = \frac{P(AR)}{P(R)} \tag{2.2}$$

に対して、その両辺 $P(R)$をかけることで得られる、$P(AR)=P(RA)= P(A|R)P(R)$ を式(2.1)に代入し、

$$P(R|A) = \frac{P(A|R)P(R)}{P(A)} \tag{2.3}$$

となる。朝野ら（2017）によると $R_1, R_2 ,\ldots R_i,\ldots R_n$ が互いに排反で、どれかが必ず起こると仮定した条件においては全確率の公式により、

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(R_iA) = \sum_{i=1}^{n} P(A|R_i)P(R_i) \tag{2.4}$$

を得ることが出来る。この式（2.4）を式（2.3）の右辺分母に代入することで

$$P(R_i|A) = \frac{P(A|R)P(R)}{\sum_{i=1}^{n} P(A|R_i)P(R_i)} \tag{2.5}$$

というベイズの定理の公式が得られるのである。式(2.5)は結果が分かっているときに、それをもたらした原因の確率を与える式であり、式内の $P(R_i)$ は原因 R_i の「事前確率(prior probability)」、$P(R_i|A)$は「事後確率(posterior probability)」と呼ばれる（松原、2008)。「事前確率」とは、「なんらかの情報が入る前」に経験によって割り当てる確率（小島、2015）のことである[3)]。そして、式(2.5)では、ある結果A を得た後に考える $P(R_i|A)$は事後確率となる。

朝野ら(2017)は、式(2.5)で離散的に捉えていた個々の事象 $R_1,R_2,\ldots R_i,\ldots R_n$ の確率変数を拡張し、連続変数である確率密度関数の場合においても説明を加えている。そして、両辺が「確率」と「確率」の関係性を持つ式(2.5)で使用されている $R_1,R_2,\ldots R_i,\ldots R_n$ を、連続変数 $f(x)$とすることにより、「関数」と「関数」の関係を示す以下の式が得られる。

$$f(x|A) = \frac{f(A|x)f(x)}{\int f(A|x)f(x)dx} \tag{2.6}$$

更に、式(2.6)の確率変数 x をパラメータ θに、A という事象に対してデータを表す D に置き換えることで拡張することで、式(2.7)を得る。

$$\text{事後分布} = \frac{\text{尤度×事前分布}}{\text{正規化定数}} \qquad f(\theta|D) = \frac{f(D|\theta)f(\theta)}{\int f(D|\theta)f(\theta)d\theta} \tag{2.7}$$

式(2.7)の解釈としては、D を発生させる確率分布がパラメータ θによって定められることを意味している。更に同式において右辺分母である、$f(D|\theta)f(\theta)=f(D\theta)$[4)] は D と θの同時分布であるが、θによって

積分することで分母から θ を消去できる。そして、式(2.7)の項は式(2.5)の事前確率や事後確率に対応して、$f(\theta)$を「事前分布」、$f(\theta|D)$を「事後分布」と呼ぶことに加えて、$f(D|\theta)$を尤度、$f(D)$を「正規化定数」[5] と呼ぶ。正規化定数とは、事後分布を θ によって積分すると１となるように調整する定数のことである。結果として、θ の変数で見ると、右辺分母はある定数 k で表すことが出来るために、比例記号∝を用いることにより、式(2.7)は次のように表される。

$$f(\theta|D) = k\, f(D|\theta)f(\theta) \propto f(D|\theta)f(\theta) \tag{2.8}$$

式(2.8)の右辺で、式(2.7)の右辺分子でもある $f(\theta|D)f(\theta)$ は「カーネル」と呼ばれ、k 倍することにより、本来の事後分布が得られるようになっている。加えて、式(2.8)は言葉で表すと、「パラメータの事後分布∝尤度関数×パラメータの事前分布」となる。この意味は、あるデータ D を手に入れる前の事前分布が、データの入手によって、事後分布である $f(\theta|D)$ に更新されることを表現しており、この一連のデータによる更新プロセスは「ベイズ更新」と呼ばれるのである（朝野ら、2017；松原、2008)。

2.2　マルコフ連鎖モンテカルロ法（MCMC）と、そのサンプリング手法であるMH法

それでは次に、事後分布を推定するためのMCMCについて、簡潔に整理しておく。前小節で、記述した「正規化定数」は、複雑で高次な積分が含まれているために評価が困難でるため、正規化定数を計算せずに事後分布を評価することを可能とした計算手法がMCMCである（豊田、2016)。順序として、第１にMCMCが表す言葉の意味について述べたのち、ベイズ推定における「サンプリング」について記載する。まずMCMCとは、「マルコフ連鎖」と「モンテカルロ法」という２つの手法を組み合わせたものである。「モンテカルロ法」とは、シミュレーション・データである乱数を発生させて、数値計算と集計を行うことで、解の近似値を求める手法である（朝野ら、2017)。これは、確率論の「大数の法則」に立脚し、発生させる乱数の数が多いほど、推測の精度が上がることに拠る。次に「マルコフ連鎖」とは、ある事象が起こったこと「状態」に対して、前の状態が次の状態の確率に影響するプロセスを意味する。馬場（2019）は、マルコフ連鎖では、「時点によって脈々と変化していく確率変数」を考えると表現する。つまり、その条件付き確率は本来過去の値に応じて未来の値が変化することになるが、マルコフ連鎖では２時点前以降の値は考慮せず、直前の１時点前の値だけに依拠される（豊田、2017)。そこで t 時点の確率変数を X_t と表現すると、マルコフ連鎖は次のような条件付き確率で示される。

$$P(X_t|X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_1) = P(X_t|X_{t-1}) \tag{2.9}$$ [6]

式（2.9）の左辺は $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_1$ という過去の値が全てわかっているという条件下での X_1 が起こる確率分布であるが、マルコフ連鎖では１時点前の値しか考慮しないために、「１時点前の X_{t-1} だけが分かっている」という条件での X_t が起こる確率分布に等しくなるということである[7]。更に、既約的・非周期的・再帰的[8] の条件下では、マルコフ連鎖は次第に「定常分布」と呼ばれる一定の分布に収束することが知られている。

ここで、前小節との関係性を明確にするため、上記で X_{t-1} と X_t と表した確率変数をそれぞれ、θ, θ' と改める。すると、式（2.7）と同様に、事後分布を $f(\theta|D)$ で表すことが可能となる。更に、この事後分布を連続型分布として、パラメータ θ で表現したものが以下の数式（2.10）である。

$$f(\theta'|D) = \int f(\theta|D)p(\theta'|\theta, D)d\theta \tag{2.10}$$

式（2.10）の右辺にある $p(\theta' \mid \theta, D)$ は推移核と呼ばれる。この推移核から目標とする事後分布としての定常分布に従う乱数を発生させる必要がある（朝野ら、2017)。そこで、関数値の大きさに比例してパラメータを発生させる「サンプリング」と呼ばれる技法が有効となる。MCMC を使用したサンプリングには様々方法があり、例えば任意の関数で利用できる「メトロポリス・ヘイスティングス法」（以下 MH 法）や条件付き事後分布からの乱数発生を行う「ギブス・サンプリング」などが挙げられる[9]。

次に、得ようとする事後分布に関しての情報が良く知られていない時に使用される MH 法の概要について述べたい。事後分布としての定常分布の推移核を見つけるのは一般的に困難とされている。そこで、MH 法では比較的乱数発生が容易である疑似的な推移核である、「提案分布」と呼ばれる $q(\theta)$ を利用する。以下に記述した５つのステップは、MH 法を使用する際のアルゴリズムである（朝野ら、2018)。

1. θ に初期値を与える
2. $q(\theta)$ に従って θ' を発生させる
3. $\alpha = Min\left\{\frac{f(\theta'|D)}{f(\theta|D)} \cdot \frac{q(\theta)}{q(\theta')}, 1\right\} = Min\left\{\frac{k\,f(D|\theta')f(\theta')}{k\,f(D|\theta)f(\theta)} \cdot \frac{q(\theta)}{q(\theta')}, 1\right\} = Min\left\{\frac{f(D|\theta')f(\theta')}{f(D|\theta)f(\theta)} \cdot \frac{q(\theta)}{q(\theta')}, 1\right\}$ (2.11)
4. 確率 α で θ を θ' に推移[11]させて $\theta = \theta'$ と更新する。確率 $1 - \alpha$ でもとの θ のままで推移しない
5. 2～4 のステップを繰り返し、θ のサンプル列が収束したら反復計算を打ち切る

なお、式（2.11）の MH 法では、式（2.10）の推移核を用いることによって事後分布を算出していることになる。また、MCMC による乱数発生にあたっての注意点として、初期の乱数は同時事後分布に従わない可能性が挙げられる。これは当初の乱数が与えた初期値に大きく依存するからであり、乱数発生の最初の一部は切り捨てる必要がある。このような期間を「バーンイン期間」、もしくは「ウォームアップ期間」と呼ぶ（馬場、2019)。バーンイン期間が終わったかどうかの判断基準の１つとして、継時に沿って乱数の値を折れ線で表現した「トレースプロット」と呼ばれるグラフがある。乱数が正しく発生していなければ、このグラフは値が増加、もしくは減少していることが明らかに見られる「登ったり、降りたり」（豊田、2016）という形状が発生する。ただしく乱数が発生していれば、１つの帯のような形状が確認されるといった、視覚的な判断が可能となる。トレースプロットの具体的な形状については、第４節で実際にベイズ推定を適用したモデルで例示する。

３．経営者の自己評価に基づいた現場力モデルの概要

次に上記で述べたベイズ推定を応用するモデルとなる、実測値データから作成した現場力モデルの回帰式とパス図を提示する。今回使用するデータの調査概要とモデルの作成については王地（2022 a、2022 b）にて詳細を記載しているため、ここでは簡単に記述しておく。

今回使用した実測値データを得た調査は、企業の従業員満足度とモチベーション向上が現場力の向上へとつながるかといった構造を明らかにすることを意図し、2019 年１月に行われた。調査対象は、兵庫県北部の中山間部である但馬地域に位置する３つの中小企業（食品製造業、旅館業、建設業）を選定した。中山間部の中小企業では比較的従来の長期雇用が根強く残っており、特に但馬地域では都市部と比較した際に、職場の数が少なく、労働力の流動性が低いために、企業側としても従業員としても、より長期的な所属を前提

とする視点を持って組織に属している傾向が高いのではないか、という推測ができる。また、従業員の育成が企業内部に任される比重が比較的大きいという状況もあり、現場力を育てることに対する重要性の認識が強いのではないかという推察のもと、この地域を調査の対象とした。

調査方法は、従業員へのアンケート調査と、経営者への半構造化インタビューの２種類からなる。アンケート調査票[11] は「あなたの職務に関して」、「あなたの社内環境や待遇に関して」、「あなたの仕事に対する取り組みについて」の３つの要因に分類される 25 個の質問を尋ねており、各質問に対して回答者は、リッカート尺度の１（そう思わない）～５点（そう思う）で回答することになっている。各経営者のインタビュー[12] では、14 個の質問項目で構成されており、その中で自身の組織の現場のレベルについて１～５点（数字が高いほど、現場のレベルが高い）の範囲で自己評価を依頼した。その内容は、遠藤（2014）による現場力の評価軸を参考に、1 点（決められたことをきちんと守れる）、３点（物事を率先して改善している）、５点（これまで御社になかった新しいものをイノベーションできる）と、その点数付けを行った根拠やコメントを尋ねた。そして、その採点結果に結びつく因子の特定と変数間の関係性を見出すことを試みた。
こうして得られたデータに対して、因子分析と回帰分析を行うことにより有意な変数を特定して重回帰式を見出した（式 3.1）[13] 。

$$y = 3.137 + 0.179x_3 + 0.147x_7 + 1.076x_{10} + 0.351x_{17} + 0.434x_{19} + 0.146x_{24} - (0.249x_8 + 0.283x_9 + 1.070x_{11} + 0.531x_{18}) \tag{3.1}$$

式（3.1）の右辺前半の項は、③「仕事への興味」、⑦「休日・休暇」、⑩「給与の満足度」、⑰「評価制度」、⑲「仕事の細部へのこだわり」、㉔「業務外の同僚との付き合い」がある。また後半、負の括弧でくくられる説明変数は、その増加に伴って、経営者の採点に負の影響を与えることを意味する。具体的に負の母数を持つ質問項目を挙げると、⑧「労働時間の適正」、⑨「技能の向上」、⑪「給与の適正」、⑱「会社のイメージ」の４項目である。今回の従業員に向けたアンケート調査は点数が高いほど従業員が満足していることを示している。従って、ある項目において従業員の満足度が高くなることは、逆に経営者にとっての現場力の評価を下げる要因になりうるということを式（3.1）は示している。

更に、説明変数と目的変数の関係性や因果関係を示すパス解析を行った。具体的には、共分散構造分析を適応することに加えて、AIC(Akaike Information Criteria)[14] という情報量規準を尺度に、ソフトウェア IBM SPSS の Amos を使用して複数のモデルから選定することで作成したパス図が図３－１である。AIC を規準としたモデルの探索方法としてまずは、因子分析で有意とみなされた質問項目を説明変数として、全て目的変数である「経営者の自己採点」に直結するモデルを基準として作成した。その後、関連のありそうな説明変数間での因果関係を組み換え、AIC の値が最小となるモデルの探索を試みた。尚、式（3.1）で示したように、目的変数「経営者の採点」に負の影響を与える質問項目である⑧、⑨、⑪、⑱には強調するためにグレーで着色している。

注目すべき点として、質問番号⑪「給与の適正」が⑩「給与の満足度」に、そして、⑦「休日・休暇」が⑧「労働時間の適正」を介して「経営者の採点」へとつながっている点が挙げられる。そして、その他の各項目が「経営者の採点」に対しての説明変数であることを示している。

更に図３－１では式（3.1）に示されているように、⑪「給与の適正」項目は「経営者の採点」に負の影響を与える。つまり給与が適正であると従業員が感じている状況に対して、経営者は現場評価を下げることを表している。ただし、給与の適切さを問う質問項目は、「経営者の採点」に対して⑩「給与の満足度」を介した間接効果を示すと同様に、⑦「休日・休暇」も「経営者の採点」に直接は因果関係を持たず、⑧「労

働時間の適正」との間接効果をもって経営者の採点に負の影響を与えるということである。

このように図３―１で描かれているモデルは、従業員の満足度が高ければ、経営者の現場力の評価が単純に高まるわけではないことを示している。つまり、情報量規準に従ったパス図の作成から、より複雑なモデルが存在する可能性が見出せるのである。特に、説明変数である⑦と⑧、⑩と⑪では、相反する符号の質問項目が因果関係を作り、「経営者の採点」に間接効果と直接効果として影響していることを示している。従って、これらの因果関係には、更なる階層をもった構図として捉え得る。従って、経営者の採点を目的変数とした現場力として描かれた図３－１のパス図以上に階層的なモデル構築の可能性が示唆されていることが明らかになった。

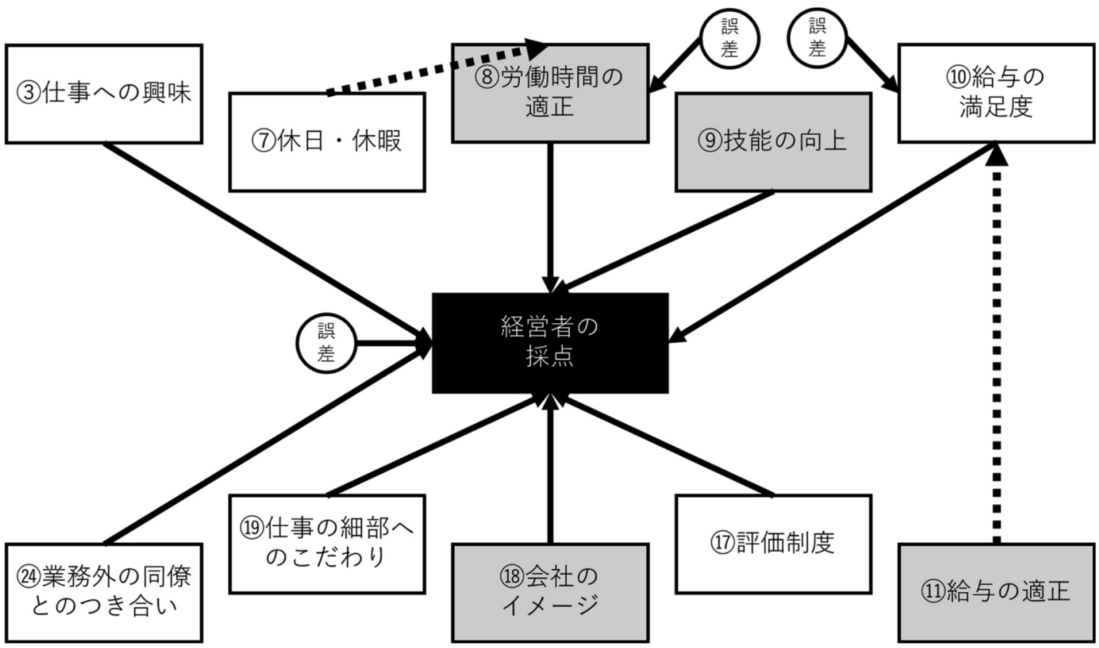

図３－１「回帰分析における変数決定から作成したモデル」

出典：王地（2022 b）

４．経営者の自己評価に基づいた現場力モデルへのベイズ推定

では次に、第３節で提示したパス図を参考にして、更に「経営者の採点」を目的変数とした重回帰式の考察を行いたい。前節では式（3.1）と図３－１で示された因子分析や回帰分析、共分散構造分析によって現場力モデルを作成した。しかし、モデル作成にあたって使用したサンプル数が少ないために、次節ではベイズ統計学の推定を本モデルに適用する。

そこで、図３－１内で示される現場力モデルの要因である合計 12 個の変数間の関係の推定するため、MCMC を適用したベイズ推定を行った。つまり、図３－１の中で誤差変数からの矢印を除く９つの矢印で示される関係式の係数と切片を求めようとするものである。使用したソフトウェアは、IBM の Amos Graphics [15] である。実際の推定において、バーンイン期間として 500 回の乱数発生期間を棄却し、反復回数は 56,000 回実施した。また、ベイズ推定の事前分布として無情報一様分布[16] を用いた。推定結果が収束ことを確認する方法として、

２つの方法を採用した。１つ目が第２節で記述しておいた「トレースプロット」である。ここではすべてのトレースプロットを提示しないが、代表例として③「仕事への興味」から「経営者の採点」のベイズ推定時に発生したものを記載しておく。(図４－１)

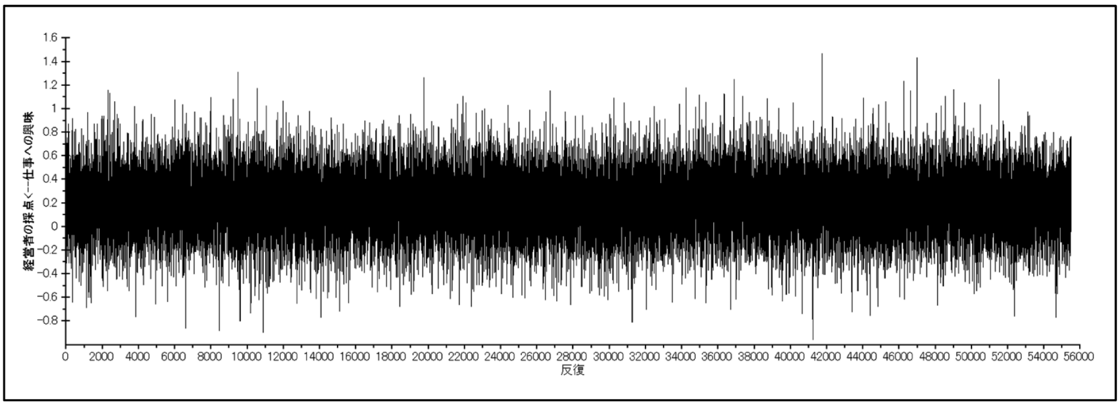

図４－１「仕事への興味から経営者の採点の推定を行った際のトレースプロット」

図４－１の形状を見てみると、登ったり降りたりという形状ではなく、帯状の様子が確認できるため、バーンイン期間が除かれていることが判断できる。また更に、Amos Graphics では、バーンイン期間が除外されているかどうかの判断基準として、「収束統計量」が示されている (Arbuckle、2021)。この値は、Gelman ら (2004) の研究に基づき、1.000 であれば完全な収束状態を表し、1.002 未満になれば Amos では収束が判断される。今回、反復回数を 56,000 回行うことにより収束統計量は 1.000 を得た。

次に、現場力モデルの変数間での各係数と切片に関するベイズ推定の結果について考察する。事前に、同モデルに対して最尤法による推定値を算出しており、比較対象として、記載する (図４－２，図４－３)。図４－２では、変数間の関係をパス図で示した際の矢印の方向への係数を表しており、図４－３では説明変数をもつ３つの変数⑧「労働時間の適正」、⑩「給与の満足度」、「経営者の採点」の切片の推定値について最尤法とベイズ推定法の値が並べられている。そして両者を比較すると、ほぼ大半が同値であり、差異があるものも小数第３位の値が違うだけでほぼ一致している。

従って上記のベイズ推定によって、改めて重回帰式として式 (4.1～3) の３式が得られる。

$$x_8 = 1.230 + 0.709x_7 \tag{4.1}$$

$$x_{10} = -0.347 + 1.066x_{11} \tag{4.2}$$

$$y = 2.599 + 0.198x_3 - 0.246x_8 - 0.227x_9 + 0.381x_{10} + 0.114x_{17} - 0.509x_{18} + 0.388x_{19} + 0.223x_{24} \tag{4.3}$$

更に、式 (4.1) と (4.2) を (4.3) に代入することで式 (4.4) となる。

$$y = 2.164 + 0.198x_3 - 0.174x_7 - 0.227x_9 + 0.406x_{11} + 0.114x_{17} - 0.509x_{18} + 0.388x_{19} + 0.223x_{24} \tag{4.4}$$

以上より、式 (3.1) と比較すると、式 (4.4) をもって変数を２つ減らした重回帰式が得られたのである。

	最尤法による係数推定値	ベイズ推定による係数推定値
⑧労働時間の適正 <--- ⑦休日・休暇	0.709	0.709
⑩給与の満足度 <--- ⑪給与の適正	1.065	1.066
経営者の採点 <--- ③仕事への興味	0.199	0.198
経営者の採点 <--- ⑧労働時間の適正	−0.247	−0.246
経営者の採点 <--- ⑨技能の向上	−0.228	−0.227
経営者の採点 <--- ⑩給与の満足度	0.381	0.381
経営者の採点 <--- ⑰評価制度	0.114	0.114
経営者の採点 <--- ⑱会社のイメージ	−0.510	−0.509
経営者の採点 <--- ⑲仕事の細部へのこだわり	0.388	0.388
経営者の採点 <--- ㉔業務外の同僚とのつき合い	0.222	0.223

図４－２「ベイズ推定法と最尤法による係数推定値」

	最尤法による切片推定値	ベイズ推定による切片推定値
⑧労働時間の適正	1.230	1.230
⑩給与の満足度	−0.345	−0.347
経営者の採点	2.604	2.599

図４－３「ベイズ推定法と最尤法による切片推定値」

５．おわりに

本論文では、まず第２節にてベイズの定理とその推定方法論であるMCMCについての理論的側面の概論を記述した。次に第３節ではその理論の応用として、サンプル数が少ないために十分な説明力を持っているかが不確かな現場力モデルにベイズ推定を行った。そこで、シミュレーション・データを発生させるベイズ推定の方法論を適用し、現場力モデルの強化を図ったのである。ベイズ推定で得られた値は、最尤法による推定値との比較に対してほぼ同値となり、有効であると考えられる。そこで、今回得られたベイズ推定値により、企業経営者の自己採点を目的変数とした際の現場力の要因間の重回帰式が改めて得られた（式4.4）。この式は、これまでの重回帰式（3.1）よりも変数の数を２個減らすことが可能となったことを示している。

残された課題として、更なる変数間の関係性を特定することが挙げられる。これまでも、現場力のモデルには、観測されたデータセットの背後にある潜在変数や階層構造があるのではないかと考えられていた。今回はベイズ統計学の一部としてMCMCの理論をまとめている。しかし、更にベイズ統計学を理解することで、「階層ベイズ」を応用し、未だ見えていない変数や新たな因果・層間関係の特定が継続調査として求められるのである。従って今後、ベイズ統計学をより適用することより、今回使用したデータに関しての更なる考察を行うことで、中小企業の現場力向上に向けたモデルの発展に取り組む次第である。

注

1) 条件付き確率 $P(R_i|A)$とは、A が起こった条件において R_i が起こる確率(Probability)を示している。
2) $P(RA)$は、R が起こり、かつ A が起こる確率を表している。従って、これは $P(AR)$と同値になることは自明である。
3) 事前確率は経験に基づく確率であるために、主観的な情報となる。松原（2008）は、こうした確率を「主観確率」もしくは「個人確率」と呼び、確率の従来の考え方の拡張としてとらえるよう記述する。
4) この式は次のように導かれる。$f(D|\theta)$は、θ が起こったうえで D が起こるという条件付き確率を、$f(D\theta)$は D かつ θ が起こる確率を表している。従って、以下のように式を展開できる。

$$f(D|\theta)f(\theta) = \frac{f(D\theta)}{f(\theta)} f(\theta) = f(D\theta)$$

5)「正規化係数」とも呼ばれる。
6) $P(B|A)$とは、A という事象が起こった条件下で、B という事象が起こる条件付き確率を表している。
7) このように１時点前の値を所与とした条件付き確率のことを「遷移核」と呼ぶ。
8) これらの言葉を理解するために、２つの状態があったと仮定する。「既約的」とは、一度状態１になるとその後、条件２にならないということがないこと。「非周期的」とは、例えば隔回おきに状態１になるといったように状態が周期性をもっていないこと。「再帰的」とは、状態１からまた同じ状態に戻る時間が有限であることである（朝野ら、2017)。
9) MCMC でないサンプリング法に関して朝野ら（2018）は、「分布関数の逆関数」が利用できる「逆関数法」や利用できない場合の「採用・棄却法」や「重点サンプリング」を例示している。
10) マルコフ連鎖の用語に従い、パラメータを移動・採用することを「推移」と記述している。
11) 以下の表注－１は、従業員用へのアンケートに記載した質問内容である。また、また各質問が上記の３要因のどれに分類されているか、質問番号とその内容、そして従業員満足度に関する二要因論との対応関係を記している。

要因分類	質問番号とその内容	二要因論との対応
あなたの職務に関して （動機づけ要因）	①仕事自体への満足	仕事そのもの
	②仕事上の責任	責任
	⑤仕事を通じた自己の進歩	成長
	⑥上司からの信頼	承認
	⑰評価制度	昇進・達成
	⑱会社のイメージ	承認
あなたの社内環境や待遇に関して （衛生要因）	⑦休日・休暇	労働条件
	⑧労働時間の適正	労働条件
	⑩給与の満足度	給与・保証
	⑪給与の適正	給与・身分
	⑫上司との関係	監督者との関係
	⑮同僚との関係	同僚との関係
	⑳情報共有	会社の方針と管理
	㉑会社の経営方針	会社の方針と管理
	㉒社内での地位	身分
	㉓同僚からの相談	同僚との関係
	㉔業務外の同僚とのつき合い	個人生活・同僚との関係
あなたの仕事に対する取り組みについて （モチベーション要因）	③仕事への興味	
	④仕事への誇り	
	⑨技能の向上	
	⑬仕事の質の向上	
	⑭仕事の張り合い	
	⑯仕事の改善	
	⑲仕事の細部へのこだわり	
	㉕仕事へののめり込み	

表注－１「従業員用アンケートの質問項目」

出典：王地（2019）

12） 実際に送付した半構造化インタビューの質問内容は以下の通りである。

1	御社の経営理念や戦略はどのようなものですか？もしくは、具体的に将来「こういう会社にしたい」とお考えになられることはございますか？
2	先ほど言われた社長様のお考えは従業員に浸透・共有されていると思いますか？その思いを伝えるために、どのような取り組みをされていますか？
3	組織や各従業員の職域は明確に規定されていますか？部門毎に責任を与えていますか？
4	社長から見て、従業員同士のコミュニケーションはとれていると思われますか？
5	会社の経営・ビジョンの意思決定について、従業員の意見は反映されますか？
6	従業員の評価はどのような材料で判断されていますか？たとえば営業成績や勤務態度など、従業員の評価はどのような基準で判断されていますか？従業員もその判断基準は知ってますか？
7	従業員の福利厚生・給与水準は十分だとお考えですか？
8	人材育成に取り組んでいますか？たとえばセミナーや資格取得の支援など、従業員のスキルを上げるために何か取り組んでいることはありますか？
9	新入社員やキャリアの浅い社員に対して仕事のマニュアルはありますか？
10	ミドルマネジャー（中間管理職）はいますか？　いる場合、その職責はどういったものですか？いない場合、必要だと思いますか？
11	ミドルマネジャーに対する教育や育成の方法はどうされていますか？
12	経営者として「働きやすい職場」とは、どのような職場とお考えですか？
13	私たちは、現場のレベルを3つに分けて考えています。レベル１は決められたことをきちんと守る現場。レベル2は、物事を率先して改善しようとする現場。レベル３は、これまで御社になかった新しいものをイノベーションする現場です。御社は、どのレベルに当てはまると考えられますか？
14	近年の御社の業績と生産力についてどうお考えですか？変化はありましたか？

図注－２「半構造化インタビューの質問内容」

出典：王地（2022 b）

13） x_αという表記において、xの右下部にあるαは、従業員に対して25項目の質問のうち、どの番号の質問に該当するかを示している。

14） AICとは、母数を推定した相対的な「統計モデルの良さ」を測るための指標であり、AIC自体の値に関してはある一定の値以上や以下でなければならないという基準はない。この値自体は絶対的な意味を持つものではなく、相対比較において有効な値（浦上・脇田、2008）なのである。従って、複数のモデルのAICを比較することで、値のより小さいものがより情報量の規準に沿ったモデルといえる。

15） Amos Graphicsでは、ベイズ推定時にMCMCアルゴリズムが使用されていることが『ユーザーズガイド』（Arbuckle、2021）で明示されている。

16） 事前分布に関して何らかの想定が置けないときには、無情報事前分布を指定する。ここでは、幅の広い（—∞、∞）となる連続一様分布を採用した。

参考文献

Arbuckle, James：IBM　SPSS　Amos 28　ユーザーズガイド, IBM, 2021.

朝野熙彦（編著）・土田尚弘・小野滋：ビジネスマンがはじめて学ぶベイズ統計学, 朝倉書店, 2016.

朝野熙彦（編著）・土田尚弘・河原達也・藤居誠：ビジネスマンが一歩先をめざすベイズ統計学, 朝倉書店, 2017.

馬場真哉：R と Stan ではじめるベイズ統計モデリングによるデータ分析入門, 講談社, 2019.

遠藤功：現場論, 東洋経済新報社, 2014.

Gelman, A., J. B. Carlin, H. S. Stern, and D. B. Rubin: Bayesian Data Analysis, 2 nd ed, Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2004.

小島寛之：完全独習ベイズ統計学入門, ダイヤモンド社, 2015.

松原望：入門ベイズ統計, 東京図書, 2008.

Nonaka, Ikujiro and Hirotaka Takeuchi：The Knowledge-Creating Company, Oxford University Press, 1995.（梅本勝博(訳)：知識創造企業, 東洋経済新報社, 1996.）

王地裕介：企業の競争優位を支える現場力, 商大ビジネスレビュー, No. 9, Vol.1, pp.201-224, 2019.

王地裕介：AIC に基づいた現場力モデルの探索プロセス, 星陵台論集, 第 54 巻, 第 2 号, 2022 a.

王地裕介：経営者の自己評価に基づいた現場力モデルの探索プロセス, 東京通信大学紀要, 第 4 号, 2022 b.

豊田秀樹：はじめての統計データ分析, 朝倉書店, 2016.

豊田秀樹（編著）：実践ベイズモデリング, 朝倉書店, 2017.

浦上昌則・脇田貴文：心理学・社会科学研究のための調査系論文の読み方, 東京図書, 2008.